

Построение моделей вход-выход

Модель вход-выход системы управления строится по известным уравнениям отдельных компонентов (блоков, звеньев, см. п.4.1). Процедура сводится к преобразованию системы дифференциальных уравнений, описывающих поведение отдельных блоков, к единому уравнению системы управления вида [М1], [М2] или [М3]. При этом вне зависимости от первоначального описания наиболее удобной для осуществления подобных преобразований является операторная форма [М3], которая по окончании процедуры может быть легко приведена к виду [М1] или [М2].

2.4.1. Простейшие соединения блоков. Рассмотрим *последовательное соединение* блоков, т.е. систему, состоящую из блоков Б1 и Б2 и описываемую операторными уравнениями:

$$(2.82) \quad x_1 = W_1(p)x_2 ,$$

$$(2.83) \quad x_2 = W_2(p)x_3 ,$$

где, соответственно, x_1 - выходной, а x_3 - входной сигналы системы.

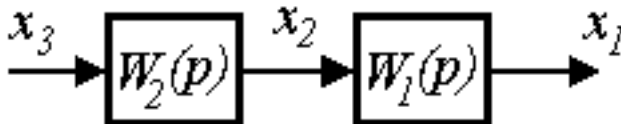


Рис. 2.18. Последовательное соединение блоков

Требуется найти единое описание системы (2.82)- (2.83) , т.е уравнение связи

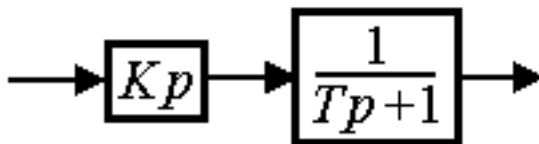
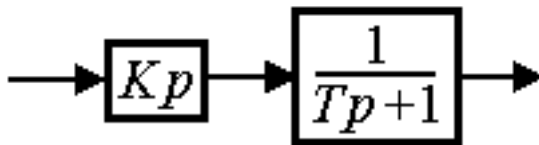
сигналов x_3 и x_1 . Подставляя (2.83) в (2.82) получаем

$$(2.84) \quad x_1 = W_1(p)W_2(p)x_3.$$

Таким образом система описывается уравнением

$$(2.85) \quad x_1 = W(p)x_3,$$

где $W = W_1W_2 = W_2W_1$ - передаточная функция системы последовательно соединенных блоков.



Пример 2.4. Рассмотрим последовательное соединение апериодического звена (с единичным коэффициентом передачи) и идеального дифференцирующего звена (см. п.2.3). Применение рассмотренного выше правила дает передаточную функцию

$$(2.86) \quad W(p) = \frac{Kp}{Tp + 1},$$

которая совпадает с передаточной функцией реального дифференцирующего звена.

Рассмотрим *параллельное соединение* тех же блоков, т.е. систему описываемую уравнениями

$$(2.87) \quad x_1 = x_2 + x_3 ,$$

$$(2.88) \quad x_2 = W_1(p)x_4 ,$$

$$(2.89) \quad x_3 = W_2(p)x_4 ,$$

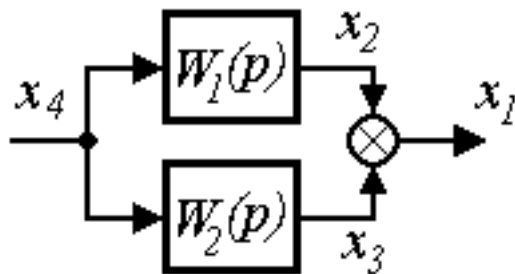


Рис. 2.19. Параллельное соединение блоков

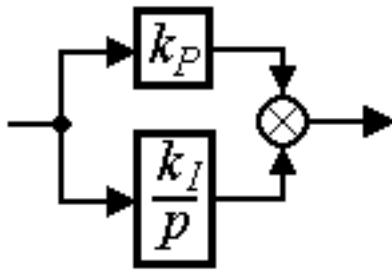
где x_1 - выходной, а x_4 - входной сигналы системы. После соответствующих подстановок находим связь выхода и входа:

$$(2.90) \quad x_1 = (W_1(p) + W_2(p))x_4 ,$$

или

$$(2.91) \quad x_1 = W(p)x_4$$

где $W = W_1 + W_2$ - передаточная функция системы параллельно соединенных блоков.



Пример 2.5. Рассмотрим параллельное соединение пропорционального и интегрирующего звеньев (ПИ-регулятор, см. п. 4). Используя полученное выше правило находим передаточную функцию звена, называемого изодромом:

$$(2.92) \quad W(p) = \frac{k_P p + k_I}{p} .$$

Рассмотрим систему, составленную из двух блоков, один из которых подключен к другому в виде отрицательной обратной связи (*подключение в обратную связь*), т.е.

$$(2.93) \quad x_1 = W_1(p)x_2 ,$$

$$(2.94) \quad x_3 = W_2(p)x_1 ,$$

$$(2.95) \quad x_2 = x_4 - x_3 ,$$

где x_1 - выходной, а x_4 входной - сигнал системы.

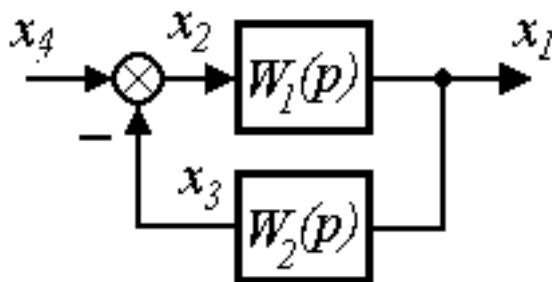


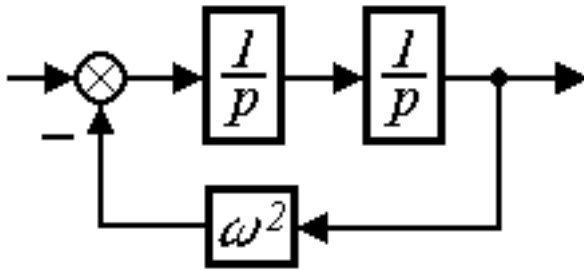
Рис. 2.20. Подключение в обратную связь

После элементарных преобразований, получаем

$$(2.96) \quad x_4 = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} x_1 .$$

Таким образом система описывается уравнением вида (2.96) и имеет передаточную функцию

$$(2.97) \quad W(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} .$$

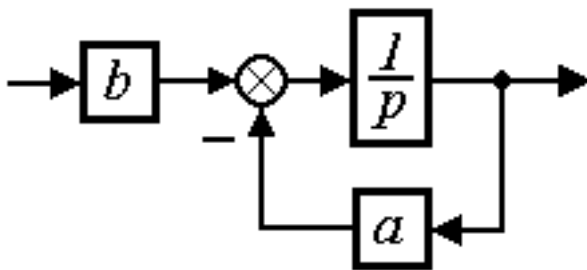


Пример 2.6. Рассмотрим двойной интегратор, имеющий передаточную функцию

$$\frac{1}{p} \frac{1}{p} = \frac{1}{p^2}$$

с отрицательной обратной связью, образованной пропорциональным звеном с коэффициентом ω^2 . Используя формулу (2.96) находим

$$W(p) = \frac{1}{p^2 + \omega^2} = \frac{K}{T^2 p^2 + 1},$$



где $K=1/\omega^2$, $T=1/\omega$, т.е. составной блок является консервативным звеном (см. п. 2.5).

Пример 2.7. Рассмотрим последовательное соединение пропорционального звена

$$\frac{1}{p}$$

с коэффициентом b и интегратора с отрицательной обратной связью в виде пропорционального блока с коэффициентом a . Используя рассмотренные выше правила находим

$$(2.98) \quad W(p) = \frac{b}{p+a} = \frac{K}{Tp+1},$$

где $a=K/T$, $b=1/K$. Полученная передаточная функция соответствует апериодическому звену (см. п. 2.3).

Отметим, что для системы с *положительной* обратной связью, уравнение (2.95) принимает вид

$$(2.99) \quad x_2 = x_4 + x_3$$

и

$$(2.100) \quad W(p) = \frac{W_1(p)}{1 - W_1(p)W_2(p)}.$$

С другой стороны, в простейшем частном случае (*единичная отрицательная обратная связь*) $W_2 = 1$ и, следовательно,

$$(2.101) \quad W(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)}.$$

2.4.2. Передаточные функции систем управления. Сначала рассмотрим систему управления без обратной связи (так называемую разомкнутую систему, см. п.4.3), состоящую из последовательно соединенных регулятора и объекта управления. Пусть объект управления описывается операторным уравнением

$$(2.102) \quad y(t) = W_0(p)u(t) ,$$

а регулятор представлен выражением

$$(2.103) \quad u(t) = K(p)y^*(t) ,$$

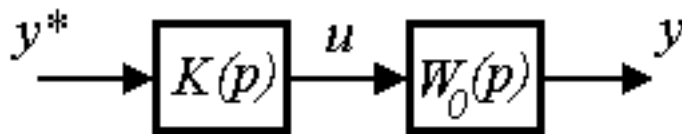


Рис. 2.21. Разомкнутая система

где $y(t)$ - выходная переменная, $u(t)$ - управляющее воздействие, $y^*(t)$ - задающее воздействие (вход системы), $W_0(p)$ и $K(p)$ - передаточные функции (интергро-дифференциальные операторы). Используя правило построения модели последовательно соединенных блоков, находим уравнение

$$(2.104) \quad y(t) = W(p)y^*(t) ,$$

связывающее выходную переменную $y(t)$ и входную переменную $y^*(t)$ через передаточную функцию разомкнутой системы

$$(2.105) \quad W(p) = K(p)W_0(p) .$$

Передаточная функция может быть записана в виде

$$(2.106) \quad W(p) = \frac{b(p)}{a(p)},$$

где $a(p)$, $b(p)$ - дифференциальные операторы соответствующих степеней. Тогда уравнение (2.104) можно привести к виду

$$(2.107) \quad a(p)y(t) = b(p)y^*(t)$$

и при необходимости переписать в стандартной форме [М1].

Теперь рассмотрим замкнутую систему управления, т.е. систему, представленную объектом управления (2.102) и простейшим регулятором отклонения (см. п.1.5):

$$(2.108) \quad u(t) = K(p)e(t),$$

$$(2.109) \quad e(t) = y^*(t) - y(t),$$

где e - рассогласование (ошибка). Используя правило (2.96) находим модель замкнутой системы в виде

$$(2.110) \quad y(t) = \Phi(p)y^*(t),$$

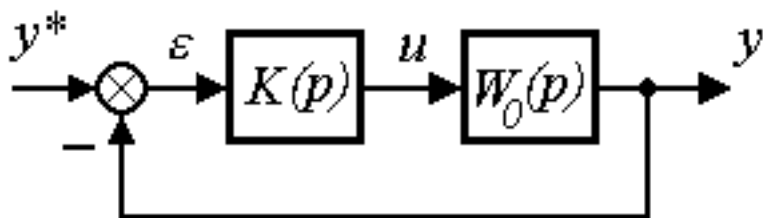


Рис. 2.22. Замкнутая система

где $\Phi(p)$ - передаточная функция замкнутой системы, определяемая как

$$\Phi(p) = \frac{K(p)W_0(p)}{1 + K(p)W_0(p)} = \frac{W(p)}{1 + W(p)} . \quad (2.111)$$

Учитывая (2.106) нетрудно получить

$$\Phi(p) = \frac{b(p)}{a(p) + b(p)} . \quad (2.112)$$

Сравнение последнего выражения с (2.106) показывает, что замыкание системы приводит к изменению знаменателя ее передаточной функции $a(p)+b(p)$, т.е. характеристического полинома системы.